

Binomische Formeln

Es seien jeweils $a, b, x, y \in \mathbb{R}$

Erste Binomische Formel

Formel: $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot ab + b^2$

Beispiele: $(3 + x)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + x^2 = 9 + 6x + x^2$

$$(2x + y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$$

$$(5x^2 + 3y)^2 = (5x^2)^2 + 2 \cdot 5x^2 \cdot 3y + (3y)^2 = 25x^4 + 30x^2y + 9y^2$$

Zweite Binomische Formel

Formel: $(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot ab + b^2$

(Negatives Vorzeichen nur beim mittleren Summanden!)

Beispiele: $(4 - x)^2 = 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + x^2 = 16 - 8x + x^2$

$$(3x - y)^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 = 9x^2 - 6xy + y^2$$

$$(4x^2 - 3y)^2 = (4x^2)^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot 3y + (3y)^2 = 16x^4 - 24x^2y + 9y^2$$

Dritte Binomische Formel

Formel: $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Beispiele: $(3 + x) \cdot (3 - x) = 9 - x^2$

$$(3x + 1) \cdot (3x - 1) = (3x)^2 - 1^2 = 9x^2 - 1$$

$$(4x + 3y) \cdot (4x - 3y) = (4x)^2 - (3y)^2 = 16x^2 - 9y^2$$

$$(5x^3 + 2y) \cdot (5x^3 - 2y) = (5x^3)^2 - (2y)^2 = 25x^6 - 4y^2$$